



**بهینه‌سازی سبد سرمایه در بازار رمزارزها با استفاده از یادگیری ماشین و روش‌های خوشه‌بندی**

**علیرضا نژادشمسی**

**استاد راهنما**

**دکتر امیرعباس نجفی**

**سمینار کارشناسی ارشد**

**رشته‌ی مهندسی صنایع گرایش مهندسی مالی**

**++ ۱۴۰۱**

**چکیده**

س

**واژگان کلیدی:** س

**فهرست مطالب**

[فصل اول: کلیات موضوع 1](#_Toc108991391)

[۱-۱- مقدمه 2](#_Toc108991392)

[۲-۱- هدف از سمینار 2](#_Toc108991393)

[۳-۱- توضیح موضوع سمینار 3](#_Toc108991394)

[۴-۱- توجیه، انگیزه و علت انتخاب موضوع 3](#_Toc108991395)

[۵-۱- اهمیت موضوع 4](#_Toc108991396)

[۶-۱- مرور کلی بر ادبیات موضوع 5](#_Toc108991397)

[۷-۱- جنبه‌های جدید بودن موضوع 6](#_Toc108991398)

[۸-۱- کاربردها و کاربران نتایج موضوع سمینار 6](#_Toc108991399)

[۹-۱- جمع‌بندی 7](#_Toc108991400)

[فصل دوم: مبانی نظری 8](#_Toc108991401)

[۱-۲- مقدمه 9](#_Toc108991402)

[۲-۲- بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری 10](#_Toc108991403)

[۳-۲- مدل مارکوویتز 11](#_Toc108991404)

[۱-۳-۲- انتخاب نقطه‌ی بهینه روی مرز کارا 12](#_Toc108991405)

[۱-۱-۳-۲- روش کمینه کردن واریانس 13](#_Toc108991406)

[۲-۱-۳-۲- روش بیشینه کردن بازده 13](#_Toc108991407)

[۳-۱-۳-۲- روش بیشینه کردن نسبت شارپ 13](#_Toc108991408)

[۴-۱-۳-۲- روش بیشینه کردن حداقل بازده مورد انتظار 14](#_Toc108991409)

[۵-۱-۳-۲- روش بیشینه کردن مطلوبیت 14](#_Toc108991410)

[۲-۳-۲- توسعه‌ی مدل مارکوویتز 15](#_Toc108991411)

[۱-۲-۳-۲- تغییر سنجه‌ی ریسک 15](#_Toc108991412)

[۲-۲-۳-۲- رویکرد فازی 16](#_Toc108991413)

[۳-۲-۳-۲- رویکرد بهینه‌سازی استوار 16](#_Toc108991414)

[۴-۲- روش ساده (هم‌وزن) 17](#_Toc108991415)

[۵-۲- روش انتخاب سبد بازار 17](#_Toc108991416)

[۶-۲- جمع‌بندی 18](#_Toc108991417)

[فصل سوم: مرور ادبیات 19](#_Toc108991418)

[۱-۳- مقدمه 20](#_Toc108991419)

[۲-۳- بررسی مقالات 20](#_Toc108991420)

[۱-۲-۳- بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها با افزودن رمزارزها 21](#_Toc108991421)

[۲-۲-۳- بهینه‌سازی سبد تشکیل‌شده از رمزارزها 22](#_Toc108991422)

[۳-۳- جدول مقایسه‌ای مقالات 24](#_Toc108991423)

[۴-۳- جمع‌بندی 28](#_Toc108991424)

[فصل چهارم: نتیجه‌گیری 29](#_Toc108991425)

[۱-۴- مقدمه 30](#_Toc108991426)

[۲-۴- دسته‌بندی مقالات 30](#_Toc108991427)

[۱-۲-۴- دسته‌بندی بر اساس سال انتشار 31](#_Toc108991428)

[۲-۲-۴- دسته‌بندی بر اساس روش تحقیق 31](#_Toc108991429)

[۳-۲-۴- دسته‌بندی بر اساس متغیرها 33](#_Toc108991430)

[۳-۴- یافته‌ها و نتایج سمینار 34](#_Toc108991431)

[۴-۴- پیشنهاد زمینه‌هایی برای تحقیقات آتی 34](#_Toc108991432)

[فهرست مراجع ۳۶](#_فهرست_مراجع)

**فهرست شکل‌ها**

[شکل ۲-۱: مرز کارا برای مجموعه‌ای از دارایی‌ها در نمودار بازده-ریسک ۱۲](#_۱-۳-۲-_انتخاب_نقطه‌ی)

[شکل ۴-۱: نمودار ستونی سال انتشار مقالات ۳۱](#_۱-۲-۴-_دسته‌بندی_بر)

[شکل ۴-۲: نمودار دایره‌ای روش تحقیق مقالات ۳۲](#_۲-۲-۴-_دسته‌بندی_بر)

[شکل ۴-۳: نمودار راداری روش تحقیق مقالات ۳۲](#_۲-۲-۴-_دسته‌بندی_بر)

[شکل ۴-۴: نمودار دایره‌ای روش تحقیق مقالات ۳۳](#_۳-۲-۴-_دسته‌بندی_بر)

[شکل ۴-۵: نمودار راداری روش تحقیق مقالات ۳۳](#_۳-۲-۴-_دسته‌بندی_بر)

**فهرست جدول‌ها**

[جدول ۳-۱: مقایسه‌ی مقالات ۲۴](#_۳-۳-_جدول_مقایسه‌ای)

فصل اول

# کلیات موضوع

## ۱-۱- مقدمه

رمزارز به ارزهای دیجیتالی گفته می‌شود که در آن‌ها از تکنولوژی رمزنگاری استفاده شده و معمولاً به صورت نامتمرکز و بدون دخالت یک سازمان مرکزی عمل می‌کند. پس از آغاز به کار رمزارز بیت‌کوین در سال ۲۰۰۹ میلادی، علاقه‌مندان به فناوری‌های جدید به بررسی و استفاده از آن روی آوردند. مزیت‌ها و پتانسیل‌های موجود در این ارز نوظهور موجب شد تا ارزهای دیجیتال متعددی با کاربردهای جدید متولد شوند و توجه سرمایه‌گذاران در سرتاسر جهان را به خود جلب کند. با ایجاد بازار نوظهور رمزارزها، سرمایه‌گذاران باید سیاست‌های مناسبی را اتخاذ کنند تا بتوانند بازدهی بیشتری در سرمایه‌گذاری داشته باشند. در این پژوهش به بررسی روش‌های انتخاب و بهینه‌سازی سبد دارایی برای افزایش بازده و کاهش ریسک در بازار رمزارزها پرداخته می‌شود.

## ۲-۱- هدف از سمینار

یکی از مهم‌ترین مسائل در سرمایه‌گذاری، انتخاب یک پرتفوی مناسب از دارایی‌های مورد نیاز برای کسب بیشترین بازده با متحمل شدن کمترین میزان ریسک است. سرمایه‌گذاران بسته به میزان ریسک‌پذیری‌شان، می‌توانند از روش‌های مختلفی برای توزیع دارایی‌ها در سبد سرمایه‌گذاری خود استفاده کنند که منجر به کسب بازدهی‌های متفاوتی می‌شود. هدف از این پژوهش، بررسی روش‌های متفاوت انتخاب و بهینه‌سازی این سبد سرمایه‌گذاری و یافتن بهترین رویکرد در بازار رمزارزهاست تا به سرمایه‌گذاران این بازار نوظهور کمک کند تا با توجه به شرایط خاص آن، بهترین سبد از ارزهای دیجیتال موجود را ایجاد کنند.

## ۳-۱- توضیح موضوع سمینار

با رشد چشم‌گیر رمزارزها، افراد زیادی در سراسر دنیا به سرمایه‌گذاری در این بازار جدید علاقه‌مند شدند. این افراد مانند سرمایه‌گذاران بازارهای دیگر در معرض انواع ریسک‌های سیستماتیک و غیرسیستماتیک قرار دارند. با توجه به بالا بودن میزان ریسک سیستماتیک در این بازار به علت نوظهور بودن آن و موانع قانونی، سرمایه‌گذاران می‌بایست تا حد امکان اقدام به کاهش ریسک‌های غیرسیستماتیک کنند که به وسیله‌ی تنوع‌بخشی[[1]](#footnote-1) سبد دارایی انجام می‌شود. بنابراین این سرمایه‌گذاران نیاز دارند که پس از تعیین سیاست‌های سرمایه‌گذاری و تجزیه‌وتحلیل رمزارزها، اقدام به تشکیل یک سبد سرمایه‌گذاری مناسب از آن‌ها به وسیله‌ی وزن‌دهی به هر دارایی کنند.

## ۴-۱- توجیه، انگیزه و علت انتخاب موضوع

رمزارزها نسبت به ارزهای رایج مزایای بالقوه و باارزشی دارند که آن‌ها را به دارایی‌های ارزشمندی برای سرمایه‌گذاری تبدیل می‌کند. بیشتر رمزارزها نامتمرکز و فاقد یک ساختار مرکزی هستند. این مسئله به این معناست که بر خلاف ارزهای رایج که توسط دولت‌ها و بانک‌های مرکزی کنترل می‌شوند، رمزارزها قابل کنترل توسط هیچ سازمان یا نهادی نیستند و سیاست‌گذاری آن‌ها تنها در پروتکلی انجام می‌شود که در ابتدا توسط سازنده یا سازندگان آن تعریف و برنامه‌نویسی می‌شود. بنابراین در رمزارزها بر خلاف ارزهای رایج، امکان دستکاری میزان عرضه‌ی پول توسط یک نهاد خاص وجود ندارد.

مزیت دیگر رمزارزها شفافیت آن‌هاست که فناوری بلاک‌چین[[2]](#footnote-2) آن را ممکن کرده است. در این فناوری که در اکثر رمزارزهای موجود در بازار از آن استفاده می‌شود، تراکنش‌های همه‌ی افراد در بلاک‌های متصل به یکدیگر ثبت می‌شود که قابل مشاهده برای همه‌ی افراد است. این میزان از شفافیت در هیچ یک از سیستم‌های مالی کنونی یافت نمی‌شود. همچنین متن‌باز بودن این ارزهای دیجیتال علاوه بر بالا بردن میزان شفافیت آن‌ها، امکان استفاده‌ی افراد به صورت ناشناس از شبکه را فراهم می‌کند.

با توجه به مزیت‌های متعدد رمزارزها، رشد زیادی برای آن‌ها در آینده پیش‌بینی می‌شود و از این رو،‌ افراد زیادی از جمله سرمایه‌گذاران بازارهای سنتی، ارزهای دیجیتال را به ترکیب سبد دارایی‌های خود افزوده اند. بنابراین لازم است بیش از پیش به انتخاب و بهینه‌سازی سبد دارایی در این بازار نوظهور توجه شود و ویژگی‌های خاص آن مد نظر پژوهشگران قرار گیرد.

## ۵-۱- اهمیت موضوع

رمزارزها در کنار مزایای ذکرشده دارای خطرات بالقوه‌ای هم هستند. با توجه به حذف نقش دولت‌ها در این اکوسیستم، همواره موانع قانونی زیادی در برابر استفاده از این ارزهای نوظهور وجود داشته است. همچنین به دلیل ویژگی ناشناس بودن استفاده‌کنندگان بسیاری از رمزارزها و امکان استفاده برای مقاصد غیرقانونی، چالش‌های زیادی در مسائل قانونی مربوط به دولت‌ها وجود دارد. علاوه بر این، هک شدن یک شبکه‌ی خاص و از دست رفتن دارایی‌های سرمایه‌گذاران از خطرات دیگری است که دارندگان رمزارزها را تهدید می‌کند. با توجه به خطرات این بازار و رشدهای سریع و حباب‌گونه، سقوط‌های شدیدی هم پیش روی سرمایه‌گذاران به وجود آمده است که ضرورتِ داشتن استراتژی‌های معاملاتی و بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها را دوچندان می‌کند. بنابراین لازم است علاوه بر شناخت رمزارزها و پیدا کردن پروژه‌های ارزشمند، ترکیب آن‌ها در پرتفوی دارایی‌ها به گونه‌ای چیده شود که کمترین میزان ریسک را متوجه سرمایه‌گذاران کند.

## ۶-۱- مرور کلی بر ادبیات موضوع

پس از ایجاد بازار رمزارزها، پژوهشگران در بسیاری از مقالات مرتبط با بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، تأثیر افزودن رمزارزها به سبد دارایی سرمایه‌گذاران بازارهایی مثل سهام، ارز، کالا و... را مورد بررسی قرار دادند. بسیاری از این پژوهشگران مانند برییر[[3]](#footnote-3) و همکاران (۲۰۱۵) و گسمی[[4]](#footnote-4) و همکاران (۲۰۱۸) اضافه کردن بیت‌کوین به سبد سرمایه‌گذاران را مورد مطالعه قرار دادند؛ اما تعدادی از آن‌ها مانند دمیرالای[[5]](#footnote-5) و بایراسی[[6]](#footnote-6) (۲۰۲۱)، تنها به بیت‌کوین بسنده نکردند و افزودن رمزارزهای دیگر به سبد دارایی‌های سنتی را نیز بررسی کردند.

با افزایش کاربرد رمزارزها و تکنولوژی آن، بازار بزرگی از ارزهای دیجیتال شکل گرفت و پژوهشگران بسیاری مانند امبا[[7]](#footnote-7) و همکاران (۲۰۱۸)، آقامحمدی و همکاران (۱۳۹۹)، براونیس[[8]](#footnote-8) و مستل[[9]](#footnote-9) (۲۰۱۹) و پلاتاناکیس[[10]](#footnote-10) و همکاران (۲۰۱۸) روش‌های انتخاب سبد رمزارز بدون حضور سایر دارایی‌ها را مورد بررسی قرار دادند. همچنین پژوهشگرانی مانند لیو[[11]](#footnote-11) (۲۰۱۹) و اسچلینجر[[12]](#footnote-12) (۲۰۲۰) نیاز مربوط به مقایسه‌ی روش‌های متنوع انتخاب و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را برطرف کردند.

## ۷-۱- جنبه‌های جدید بودن موضوع

بازار رمزارزها دارای قدمت بسیار کمی است. نخستین رمزارز نامتمرکز بیت‌کوین است که فعالیت آن از سال ۲۰۰۹ شروع شده است. در سال ۲۰۱۱ رمزارز‌های دیگری مانند لایت‌کوین[[13]](#footnote-13) پا به عرصه‌ی وجود گذاشتند و پس از آن بود که به مرور بازاری از ارزهای رمزنگاری‌شده شامل اتریوم[[14]](#footnote-14)، ریپل[[15]](#footnote-15)، دش[[16]](#footnote-16) و... ایجاد شد. این بازار در طول یک دهه فعالیت خود، فرازونشیب‌های زیادی داشته است.

پس از هر رشد سریع در قیمت رمزارزها، سرمایه‌گذاران جدیدی به فکر سرمایه‌گذاری در آن‌ها می‌افتادند و به این ترتیب ارزش کل بازار رمزارزها به مرور زمان بالاتر می‌رفت. سقوط‌های ناگهانی و خطرات بالقوه باعث شد سرمایه‌گذاران به فکر مدیریت دارایی‌های خود بیفتند و تنها به خرید و نگهداری یک رمزارز خاص اکتفا نکنند. بنابراین نیاز است پژوهش‌های بیشتری در این حوزه انجام شود و به سرمایه‌گذاران کمک کند تا با توجه به نوظهور بودن این بازار، بتوانند با انتخاب و بهینه‌سازی پرتفوی مناسب علاوه بر کسب بازده به خوبی از ریسک‌های آن نیز در امان بمانند.

## ۸-۱- کاربردها و کاربران نتایج موضوع سمینار

کابرد اصلی این پژوهش کمک به سرمایه‌گذاران برای تشکیل و بهینه‌سازی یک سبد سرمایه‌گذاری از ارزهای دیجیتال برای افزایش بازده و کاهش ریسک است. این کار به کمک وزن‌دهی به هر رمزارز و تقسیم بودجه‌ی سرمایه‌گذاری بین آن‌ها انجام می‌شود. این پژوهش می‌تواند برای سرمایه‌گذاران رمزارزها که قصد نگهداری بلندمدت یا کوتاه‌مدت آن‌ها را دارند مفید باشد. کاربران دیگر این پژوهش، سرمایه‌گذاران سایر بازارها هستند که قصد ورود به بازار ارزهای دیجیتال را دارند و می‌خواهند با صرف کمترین میزان ریسک، از منافع آن استفاده کنند. نتایج این تحقیق همچنین می‌تواند برای محققان اقتصادی، سیاست‌گذاران بازارهای مالی و پژوهشگران مفید باشد.

## ۹-۱- جمع‌بندی

بازار رمزارزها یک بازار نوپاست که در سال‌های اخیر به طور گسترده‌ای مورد توجه سرمایه‌گذاران قرار گرفته است. با توجه به ریسک بالای این بازار، ضروری است که سرمایه‌گذاران اقدام به مدیریت ریسک سرمایه‌گذاری خود، به خصوص به وسیله‌ی تنوع‌بخشی و با تشکیل سبد دارایی‌ها کنند. این سرمایه‌گذاران ممکن است بخواهند دارایی‌های سنتی را نیز به سبد رمزارزهای خود اضافه کنند یا نکنند؛ اما در هر دو حالت لازم است که با روش‌های انتخاب و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری آشنا شوند و بر اساس نیازهای خود، از آن‌ها در بازار رمزارزها استفاده کنند.

فصل دوم

# مبانی نظری

## ۱-۲- مقدمه

سرمایه‌گذاران با هدف کسب سود در آینده، بخشی از نقدینگی خود را به سرمایه‌گذاری در دارایی‌های مختلف اختصاص می‌دهند. هر کدام از این دارایی‌ها دارای ریسک‌های خاص خود هستند و بازده آن‌ها در آینده نامشخص است؛ اما هر سرمایه‌گذار، انتظاری از بازده دارایی‌ها دارد و بر این اساس اقدام به خرید یا فروش آن‌ها می‌کند. تجربه‌ی سرمایه‌گذاران نشان می‌دهد که برای کاهش ریسک سرمایه‌گذاری می‌توانند سبدی از دارایی‌های مختلف تشکیل دهند تا در صورت افت یک یا چند دارایی، متحمل ضرر کمتری شوند. در واقع با این کار می‌توان هم در گروه‌های مختلفی از دارایی‌ها سرمایه‌گذاری کرد و هم ریسک کل سرمایه‌گذاری را کاهش داد.

با گسترش رمزارزها در دهه‌ی سوم قرن ۲۱، گروه‌های مختلفی از ارزهای دیجیتال پیدا شد که هر یک کارکردها و ریسک‌های خاص خود را دارد. این امر موجب می‌شود که سرمایه‌گذاران تنها به سرمایه‌گذاری در پرچمدار دنیای ارزهای دیجیتال، یعنی بیت‌کوین بسنده نکنند و به فکر تشکیل سبدی از رمزارزها باشند تا هم از مزایای گروه‌های مختلف این رمزارزها استفاده کنند و هم از ریسک‌هایشان در امان بمانند. بنابراین این سرمایه‌گذاران باید روش‌های بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را بررسی کنند و با توجه به ویژگی‌های این بازار بهترین آن‌ها را برای تشکیل سبد انتخاب کنند. در این فصل به مطالعه‌ی بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها و روش‌های انتخاب و بهینه‌سازی آن پرداخته می‌شود.

## ۲-۲- بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری

مسئله‌ی اصلی در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، انتخاب بهینه‌ی دارایی‌هایی است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان آن‌ها را تهیه کرد. مارکوویتز (۱۹۵۲) با ایجاد یک نوآوری قابل توجه، مدلی ارائه کرد که به کمک آن می‌توان ریسک سبد سرمایه‌گذاری را به وسیله‌ی تنوع‌بخشی به حداقل رساند. ویلیام شارپ[[17]](#footnote-17) با مشاهده‌ی مشکلات محاسباتی در حل مدل مارکوویتز، شاخص جدیدی به نام بتا[[18]](#footnote-18) را پیشنهاد داد که درجه‌ی حساسیت نرخ بازدهی دارایی به تغییرات شاخص را اندازه‌گیری می‌کند. نتایج تحقیقات شارپ و دو تن از همکارانش منجر به پدید آمدن مدلی به نام مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای یا CAPM[[19]](#footnote-19) شد که پارادایمی در حوزه‌ی سرمایه‌گذاری بود (راعی و تلنگی، ۱۳۸۳).

تئوری‌های مالی مثل مدل CAPM دارای پیشفرض‌هایی مثل فرضیه‌ی بازار کارا و عقلایی بودن سرمایه‌گذاری هستند که در چند دهه‌ی اخیر مورد تردید واقع شده است. بر این اساس، بسیاری از سرمایه‌گذاران و محققان این مدل‌ها را دارای اعتبار کافی نمی‌دانند (عباس‌نژاد، ۱۳۸۰). از این رو مدل‌های گسترده و جدیدی برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری تهیه شده است.

توزیع بازده دارایی‌هایی مثل سهام همواره مورد تحقیقات بسیاری قرار گرفته است و نتایج به‌دست‌آمده حاکی از آن است که این توزیع نرمال نیست. بر این اساس، محققان سنجه‌های ریسک نامطلوب را مطرح کردند که بین نوسان‌های مطلوب و نامطلوب تفاوت قائل می‌شود و تنها نوسان‌های پایین‌تر از بازده انتظاری سرمایه‌گذار را ریسک در نظر می‌گیرد. بنابراین این تئوری‌ها بر اساس رابطه‌ی بازده و ریسک نامطلوب به معیارهای انتخاب سبد بهینه می‌پردازد (استرادا[[20]](#footnote-20)، ۲۰۰۷).

## ۳-۲- مدل مارکوویتز

نظریه‌ی میانگین-واریانس برای اولین بار توسط هری مارکوویتز برای حل مسئله‌ی انتخاب مجموعه‌ی بهینه‌ی دارایی ارائه شد. مارکوویتز این مسئله را به صورت برنامه‌ریزی کوادراتیک با هدف حداقل کردن واریانس پرتفوی دارایی‌ها که سنجه‌ای برای ریسک آن‌ها محسوب می‌شود، با این شرط که بازده انتظاری بیشتر از یک مقدار ثابت باشد مطرح کرد. محدودیت دیگر این مسئله‌ی بهینه‌سازی این است که مجموع متغیرهای تصمیم مسئله یعنی وزن دارایی‌ها برابر با یک باشد و هیچ یک از این اوزان کوچک‌تر از صفر هم نشود (صباحی و همکاران، ۱۳۹۹).

بر طبق مدلی که مارکوویتز (۱۹۵۹) آن را ارائه کرده است، فرض می‌کنیم که دارایی از اوراق بهادار داریم و هر کدام از آن‌ها را با نمایش می‌دهیم. در این صورت بازده ورقه‌ی -ام یعنی ، یک متغیر تصادفی خواهد بود که میانگین آن را و انحراف معیار آن را در نظر می‌گیریم. همچنین کوواریانس بین بازدهی دو دارایی با نمایش داده می‌شود. *در این صورت شکل استاندارد مدل میانگین-واریانس به صورت رابطه‌ی ۲-۱ خواهد بود.*

*(رابطه‌ی ۲-۱)*

در مدل فوق پارامتر حداقل بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار است و برای مقادیر مختلف آن، جواب‌های متفاوتی به دست می‌آید که مجموعه‌ی آن‌ها، محدوده‌ای به نام مرز کارا را تشکیل می‌دهد. همه‌ی پرتفوهای واقع در مرز کارا بهینه محسوب می‌شوند و انتخاب هر کدام یک از آن‌ها بستگی به نظر سرمایه‌گذار و روش‌های ارائه‌شده دارد. (کیانی هرچگانی و همکاران، ۱۳۹۳)

با حل این مسئله‌ی تحقیق در عملیات با به حداقل رساندن تابع هدف، وزن بهینه‌ی هر یک از دارایی‌ها در سبد سرمایه‌گذاری به دست می‌آید. در این صورت برای متغیر تصادفی بازده سبد خواهیم داشت:

*(رابطه‌ی ۲-۲)*

### ۱-۳-۲- انتخاب نقطه‌ی بهینه روی مرز کارا

با استفاده از مدل مارکوویتز می‌توان محدوده‌ای شامل پرتفوهای بهینه به دست آورد که به آن مرز کارا گفته می‌شود. مرز کارا در نمودار بازده-ریسک مقعر و صعودی است و انتخاب سبد سرمایه‌گذاری روی آن روش‌های مختلفی دارد که در ادامه ذکر می‌شود.



**شکل ۲-۱:** مرز کارا برای مجموعه‌ای از دارایی‌ها در نمودار بازده-ریسک

#### ۱-۱-۳-۲- روش کمینه کردن واریانس

مارکوویتز (۱۹۵۹) برای انتخاب سبد بهینه روی مرز کارا پیشنهاد داد که حداقل بازده مورد انتظار سهامدار تعیین شود. به این صورت سبدی انتخاب می‌شود که کمترین ریسک را برای بازده تعیین‌شده فراهم می‌کند. اگر بازده مورد نظر در مرز کارا وجود داشته باشد، نقطه‌ی متناظر با این بازده روی مرز کارا به عنوان پرتفوی بهینه تعیین می‌شود و در صورت پایین‌تر بودن آن از مرز کارا، سبد دارای کمترین ریسک روی مرز کارا (پرتفوی MVP[[21]](#footnote-21)) جواب مسئله خواهد بود.

#### ۲-۱-۳-۲- روش بیشینه کردن بازده

در این روش به جای تعیین کف برای بازده مورد نظر سرمایه‌گذار، از یک سقف برای ریسک مورد انتظار استفاده می‌شود. بنابراین اگر ریسک تعیین‌شده در مرزکارا موجود باشد، نقطه‌ی متناظر با آن به عنوان سبد بهینه انتخاب می‌شود و اگر این ریسک از مرز کارا بالاتر باشد، پاسخ مسئله بالاترین نقطه روی مرز کارا خواهد بود که دارای بیشترین بازده و ریسک در این محدوده است (کولجک[[22]](#footnote-22) و همکاران، ۲۰۲۲).

#### ۳-۱-۳-۲- روش بیشینه کردن نسبت شارپ

نسبت شارپ از تقسیم بازده مازاد کسب‌شده‌ی سبد سرمایه‌گذاری در برابر نرخ بازده بدون ریسک، به انحراف معیار آن به دست می‌آید. روی[[23]](#footnote-23) (۱۹۵۲) اشاره می‌کند که پرتفویی که دارای بیشترین نسبت شارپ در مرز کاراست، نقطه ای است که از نرخ بازده بدون ریسک به آن مماس شود. در واقع در این روش حداقل بازده مورد انتظار به عنوان پارامتر در نظر گرفته می‌شود و برای مماس شدن خط به مرز کارا، شیب آن بیشینه می‌شود. (شهرستانی و همکاران، ۱۳۸۹). نسبت شارپ از رابطه‌ی ۲-۳ به دست می‌آید و هر چه مقدار آن برای یک سبد دارایی بیشتر باشد، نشان‌دهنده‌ی عملکرد بهتر آن است.

*(رابطه‌ی ۲-۳)*

#### ۴-۱-۳-۲- روش بیشینه کردن حداقل بازده مورد انتظار

کاتائوکا[[24]](#footnote-24) (۱۹۶۳) توضیح می‌دهد که در این روش همانند روش بیشینه کردن نسبت شارپ، خطی مماس به مرز کارا و از نرخ بازده بدون ریسک رسم می‌کنیم؛ با این تفاوت که شیب آن را پارامتری ثابت در نظر می‌گیریم که باید توسط سرمایه‌گذار تعیین شود و حداقل بازده مورد انتظار را بیشینه می‌کنیم (دینگ[[25]](#footnote-25) و ژانگ[[26]](#footnote-26)، ۲۰۰۹).

#### ۵-۱-۳-۲- روش بیشینه کردن مطلوبیت

یکی دیگر از روش‌های انتخاب سبد از روی مرز کارا، استفاده توابع مطلوبیت است. به این روش، از طریق منحنی‌های بی‌تفاوتی که برای هر سرمایه‌گذار با توجه به میزان ریسک‌پذیری او متفاوت است، می‌توان نقطه‌ی اشتراک تابع مطلوبیت و مرز کارا را به عنوان پرتفوی بهینه در نظر گرفت. به عنوان یک مثال از توابع مطلوبیت، تابع کوادراتیک رابطه‌ی ۲-۴ قابل تعریف است (لیو[[27]](#footnote-27)، ۲۰۱۹):

*(رابطه‌ی ۲-۴)*

### ۲-۳-۲- توسعه‌ی مدل مارکوویتز

توسعه‌های زیادی برای بهبود عملکرد روش میانگین-واریانس صورت گرفته شده است. در ادامه تعدادی از این روش‌های بهبودیافته ذکر خواهد شد.

#### ۱-۲-۳-۲- تغییر سنجه‌ی ریسک

همان طور که در مدل میانگین-واریانس ذکر شد، مارکوویتز (۱۹۵۲) ریسک دارایی‌ها را با سنجه‌ی واریانس اندازه گرفت. به مرور زمان پژوهشگران سنجه‌های دیگری را برای ریسک در نظر گرفتند و از این طریق مدل مارکوویتز را توسعه دادند. سنجه‌های ریسک به طور کلی به سه دسته تقسیم می‌شود. دسته‌ی اول سنجه‌های مبتنی بر تلاطم است که واریانس نیز یکی از این سنجه‌هاست. شاخص‌های پراکندگی در علم آمار مانند دامنه‌ی تغییرات، دامنه‌ی میان‌چارکی، ضریب تغییرات و... نیز از همین دسته هستند. در این سنجه‌ها نوسان‌های داده‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد. دسته‌ی دیگر از سنجه‌های ریسک، سنجه‌های مبتنی بر حساسیت است. این سنجه‌ها حساسیت متغیر تصادفی مورد نظر را در مقابل تغییرات یک متغیر تصادفی دیگر بررسی می‌کنند. از جمله این سنجه‌ها می‌توان به دیرش، تحدب و ضریب بتا شاره کرد که هر کدام کارکردهای خاص خود را دارا هستند (زمردیان و همکاران، ۱۳۹۸).

آخرین دسته از سنجه‌های ریسک، سنجه‌های ریسک نامطلوب است که بر خلاف سنجه‌های دیگر که تغییرات مثبت و منفی را به عنوان ریسک در نظر می‌گیرد، تنها بخش مربوط به تغییرات منفی و نامطلوب را محاسبه می‌کند. این سنجه‌ها به دو گروه تقسیم می‌شود. نخستین گروه نیم‌سنجه‌ها هستند که شامل نیم‌واریانس، نیم‌بتا و... است (استرادا، ۲۰۰۷)؛ گروه دوم شامل سنجه‌های مبتنی بر صدک مانند ارزش در معرض ریسک، ریزش مورد انتظار و سنجه‌های طیفی است (یامای[[28]](#footnote-28) و یوشیبا[[29]](#footnote-29)، ۲۰۰۵).

#### ۲-۲-۳-۲- رویکرد فازی

از دیگر روش‌های توسعه‌ی مدل مارکوویتز که مورد توجه پژوهشگران قرار گرفت، استفاده از رویکردهای دیگر برای عدم قطعیت بود که یکی از این رویکردها، روش فازی است. همان طور که اورتی[[30]](#footnote-30) و همکاران (۲۰۰۲) نشان داده اند، با توجه به پیش‌بینی‌ناپذیر بودن بازارهای مالی و پیچیدگی آن‌ها ارائه‌ی یک تخمین دقیق از ریسک و بازده مورد انتظار بسیار دشوار است. بنابراین بسیاری از پژوهشگران به استفاده از روش فازی روی آورده اند. در این روش نرخ بازده، بتا، حداقل بازده مورد انتظار و... به جای اعداد قطعی، با اعداد فازی مدل‌سازی می‌شوند. این اعداد فازی می‌توانند به شکل اعداد مثلثی، ذوزنقه‌ای یا حالت‌های دیگر باشند. (امیری و محبوب قدسی، ۱۳۹۴)

#### ۳-۲-۳-۲- رویکرد بهینه‌سازی استوار

مدل‌های بهینه‌سازی استوار، بازدهی آینده‌ی دارایی‌ها را به صورت ضرایب غیرقطعی در مسئله‌ی بهینه‌سازی در نظر می‌گیرند و درجه‌ی ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاری را به درجه‌ی تحمل در مقابل کل خطای حاصل تخمین بازدهی‌ها تصویر می‌کنند (قره‌خانی و همکاران، ۱۳۹۲). بنابراین همان طور که قهطرانی (۱۳۹۱) اشاره می‌کند، در رویکرد بهینه‌سازی استوار، به دنبال جواب‌های نزدیک به بهینه‌ای هستیم که با احتمال بالا موجه باشند. این رویکرد شامل رویکرد استوار سویستر[[31]](#footnote-31) (۱۹۷۳)، رویکرد استوار بن تال[[32]](#footnote-32) و نمیروفسکی[[33]](#footnote-33) (۲۰۰۰)، و رویکرد استوار برتسیماس[[34]](#footnote-34) و سیم[[35]](#footnote-35) (۲۰۰۳) است (پیکانی و روغنیان، ۱۳۹۴).

## ۴-۲- روش ساده[[36]](#footnote-36) (هم‌وزن)

مدل ساده یا هم‌وزن که به آن مدل 1/N یا EW نیز گفته می‌شود، سرمایه‌گذاری برابری را برای تمام دارایی‌ها پیشنهاد می‌کند. این روش نیازی به پیشبینی بازده مورد انتظار یا ماتریس کوواریانس بازده دارایی ها ندارد و با کمترین زمان و هزینه قابل دستیابی است (ابونوری و همکاران، ۱۳۹۷). پژوهش‌های زیادی انجام شده است که بررسی می‌کند که آیا روش ساده می‌تواند نسبت به سایر روش‌های انتخاب سبد برتری داشته باشد یا خیر؛ تا جایی که در برخی از آن‌ها این روش بر بسیاری از روش‌های بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری عملکرد بهتری داشته است (پلاتاناکیس و اورکوهارت[[37]](#footnote-37)، ۲۰۱۹).

## ۵-۲- روش انتخاب سبد بازار

این روش پرتفوی بازار را برای سرمایه‌گذاری پیشنهاد می‌کند. برای انجام این کار، پس از انتخاب دارایی‌های مورد نظر به هر کدام از آن‌ها وزنی متناسب با ارزش کل بازار آن می‌دهیم. بنابراین نسبت هر دارایی از کل سرمایه برابر با رابطه‌ی ۲-۵ خواهد بود:

*(رابطه‌ی ۲-۵)*

این روش هم مانند روش ساده، بیشتر برای مقایسه و سنجش عملکرد سایر روش‌های انتخاب و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری استفاده می‌شود.

## ۶-۲- جمع‌بندی

انتخاب یک سبد سرمایه‌گذاری مناسب از دارایی‌های مورد نظر، همواره یکی از دغدغه‌های سرمایه‌گذاران بوده است. همان طور که مشاهده شد، روش‌های گوناگونی برای انتخاب و بهبنه‌سازی سبدهای سرمایه‌گذاری توسعه یافته شده است تا سرمایه‌گذاران بتوانند بازدهی بیشتر و ریسک کمتری را تجربه کنند. پژوهشگران همچنین روش‌های غیربهینه‌ای مثل روش هم‌وزن یا روش انتخاب پرتفوی بازار را در کنار روش‌های بهینه‌سازی مثل مدل مارکوویتز دنبال می‌کنند؛ چرا که هدف اصلی این است که سرمایه‌گذاران بتوانند در عمل از مزایای متنوع‌سازی دارایی‌ها بهره‌مند شوند. همچنین علاوه بر روش‌های ذکرشده، روش‌های جدیدی مانند مدل‌های مبتنی بر هوش مصنوعی به طور فزاینده در حال پیشرفت هستند و مقایسه‌ی این رویکردهای متفاوت با یکدیگر، از مطالعات لازم برای سرمایه‌گذاران است. در فصل آینده، پژوهش‌های انجام‌شده در حیطه‌ی انتخاب و بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها در بازار رمزارزها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

فصل سوم

# مرور ادبیات

## ۱-۳- مقدمه

با پیشرفت بازار ارزهای دیجیتال، تحقیقات گسترده‌ای در زمینه‌های مختلف روی رمزارزها انجام شده است. از جمله موضوعات این پژوهش‌ها می‌توان به بررسی مسائل مربوط به تکنولوژی، ماهیت، قانون‌گذاری و سرمایه‌گذاری رمزارزها اشاره کرد. یکی از مهم‌ترین دغدغه‌های سرمایه گذاران، تشکیل و انتخاب سبد سرمایه‌گذاری است. این مسئله به خصوص از این جهت اهمیت دارد که هنوز صندوق‌های سرمایه‌گذاری بسیار کمی برای رمزارزها وجود دارد و فرد علاقه‌مند به این بازار می‌بایست خود اقدام به بررسی و انتخاب سبد سرمایه‌گذاری کند. از این جهت مقالات مرتبط با تشکیل و بهینه‌سازی پرتفو برای بازار رمزارزها در سال‌های اخیر توسعه یافته است. در این فصل توضیحات مرتبط با این مقالات آورده شده است.

## ۲-۳- بررسی مقالات

به طور کلی مقالات مربوط به انتخاب و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد. بخشی از این مقالات به مطالعه‌ی اضافه کردن یک یا چند رمزارز به سبد سرمایه‌گذاری سرمایه‌گذاران در سایر بازارها می‌پردازند. پژوهشگران در این مقالات به دنبال بررسی افزایش بازده و کاهش ریسک سبد سرمایه‌گذاری سرمایه‌گذاران در بازارهایی مثل بازار سهام، اوراق قرضه، ارزهای خارجی، طلا، نفت، املاک و... با افزودن رمزارزها به آن هستند.

بخش دیگر مقالات، بهینه‌سازی یک سبد از ارزهای دیجیتال را بررسی می‌کنند. در این پژوهش‌ها، دارایی‌های مربوط به سایر بازارها در سبد سرمایه‌گذاری جایی ندارند و فرض می‌شود که سرمایه‌گذار علاقه‌مند به انتخاب سبدی از رمزارزها بدون دخالت سایر دارایی‌هاست. در ادامه پژوهش‌های صورت گرفته در قالب دو گروه ذکرشده عنوان می‌شود.

### ۱-۲-۳- بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها با افزودن رمزارزها

به علت تعداد کم رمزارزها در سال‌های ابتدایی، نخستین پژوهش‌های انجام‌شده در این زمینه درباره‌ی افزودن آن‌ها به سبد دارایی‌های سرمایه‌گذاران بوده است. این پژوهش‌ها غالباً به مطالعه‌ی تأثیر اضافه کردن بیت‌کوین، به عنوان نخستین رمزارز نامتمرکز، به سبد سرمایه‌گذاران پرداخته‌اند. برییر و همکاران (۲۰۱۵) با تقسیم افراد به سرمایه‌گذاران دارایی‌های سنتی (شامل بازار جهانی سهام، اوراق قرضه و ارزها) و سرمایه‌گذاران دارایی‌های جایگزین (شامل کالا، صندوق‌ها و املاک)، افزودن بیت‌کوین به سبد سرمایه‌گذاری آن‌ها را بررسی کرد و به این نتیجه رسید که هم‌بستگی آن با سایر دارایی‌ها بسیار پایین است و می‌تواند به بالا بردن مرز کارا در مدل میانگین-نیم‌واریانس کمک کند.

عده‌ای از پژوهشگران علاقه‌مند به استفاده از رویکرد گارچ[[38]](#footnote-38) در مدل مارکوویتز شدند. گسمی و همکاران (۲۰۱۹) با بررسی این رویکرد نتیجه گرفتند که بهینه‌سازی پرتفو با افزودن بیت‌کوین، ریسک آن را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد. سمیتسی[[39]](#footnote-39) و چالواتزیس[[40]](#footnote-40) (۲۰۱۹) نیز این روش را در کنار روش ساده و روش مارکوویتز و برای ارزها، طلا، نفت، سهام و سبدهای ترکیبی مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که افزودن بیت‌کوین در بیشتر موارد، با افزایش نسبت شارپ، سبد سرمایه‌گذاری را بهبود می‌بخشد.

همچنین دمیرالای و بایراسی (۲۰۲۱) با افزودن هشت رمزارز به سبدهای سهامی در روش بیشینه کردن تنوع سود شرطی (CDB[[41]](#footnote-41))، نتیجه‌گیری کردند که این امر عملکرد کلی سبد سرمایه گذاری را افزایش می‌دهد.

در ادامه‌ی مطالعات انجام‌شده، پژوهشگران بسیاری به تغییر سنجه‌ی ریسک در مدل مارکوویتز متمایل شدند. کاجتازی[[42]](#footnote-42) و مورو[[43]](#footnote-43) (۲۰۱۹) نتیجه گرفتند افزودن بیت‌کوین به دارایی‌های بورس‌هایی از ایالات متحده، اروپا و چین با مدل میانگین-CVaR با وجود افزایش توأم ریسک و بازده، عملکرد کلی سبد سرمایه‌گذاری را افزایش می‌دهد. تریمبورن[[44]](#footnote-44) و همکاران (۲۰۲۰) با بررسی ترکیب ۴۲ رمزارز با دارایی‌های دیگر و پیشنهاد روش LIBRO[[45]](#footnote-45) در روش میانگین-واریانس و میانگین-CVaR، به این نتیجه رسیدند که افزودن رمزارزها به سبد سرمایه‌گذاری می‌تواند منفعت قابل توجهی برای سرمایه‌گذاران داشته باشد. پتوخینا[[46]](#footnote-46) و همکاران (۲۰۲۱) نیز از این مدل در کنار مدل‌های ساده، تعادل ریسک، میانگین-CVaR، بیشینه کردن نسبت شارپ، بیشینه کردن تنوع، و مدل‌های ترکیبی، برای دارایی‌های متنوع شامل ۵۵ رمزارز استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که افزودن رمزارزها به خصوص در روش‌های بازده‌محور، عملکرد سبد سرمایه‌گذاری را بهبود می‌بخشد.

### ۲-۲-۳- بهینه‌سازی سبد تشکیل‌شده از رمزارزها

پس از شکل‌گیری بازاری متشکل از رمزارزهای مختلف با کاربردهای متنوع، پژوهشگران به مطالعه‌ی روش‌های انتخاب سبد رمزارز بدون حضور سایر دارایی‌ها پرداختند. آقامحمدی و همکاران (۱۳۹۹) و امبا و همکاران (۲۰۱۸) به طور جداگانه سبدهایی از پنج رمزارز برتر بازار تشکیل دادند و به ترتیب روش‌های مارکوویتز با رویکرد ارزش در معرض ریسک و رویکرد گارچ به بهینه‌سازی آن پرداختند. همچنین در هر دو تحقیق پلاتاناکیس و همکاران (۲۰۱۸) و براونیس و مستل (۲۰۱۹) از روش ساده و مدل مارکوویتز استفاده شد و نتیجه‌ی هر دو برتری مدل میانگین-واریانس مارکوویتز را با تفاوت نسبتاً کم نشان داد.

در ادامه‌ی مطالعات، بوری[[47]](#footnote-47) (۲۰۱۹) با تغییر سنجه‌ی ریسک به CoVaR در بررسی چهار رمزارز برتر بازار، نشان داد که هم‌بستگی بالایی بین این رمزارزها وجود دارد. همچنین کوروساکی و کیم (۲۰۲۲) با مقایسه‌ی روش‌های میانگین-انحراف‌معیار، میانگین-AVaR و میانگین-فسترهارت(FH[[48]](#footnote-48))، به این نتیجه رسیدند که استفاده از سنجه‌ی ریسک FH سبد بهتری نسبت به سایر روش‌ها می‌سازد.

پلاتاناکیس و اورکوهارت (۲۰۱۹) از مدل بلک-لیترمن[[49]](#footnote-49) در کنار روش‌های ساده و مارکوویتز استفاده کردند و این مدل را بهتر از دو روش دیگر دانستند. همچنین میلز[[50]](#footnote-50) و زنگ[[51]](#footnote-51) (۲۰۲۱)، ۵۰۰ رمزارز تصادفی را با تغییر سنجه‌ی ریسک به CVaR و EVaR، در کنار روش‌های ساده و مارکوویتز بررسی کردند و عملکرد رویکرد مبتنی بر EVaR و روش ساده را بهتر از سایر روش‌ها یافتند. همچنین کولجک و همکاران (۲۰۲۲) از روش‌های کمترین واریانس و CVaR، و بیشترین میانگین، نسبت شارپ، مطلوبیت و تنوع استفاده کردند و نتیجه‌گیری کردند که در اکثر روش‌ها بهتر است از بخش‌بندی رمزارزها برای انتخاب سبد استفاده کنیم.

در مقایسه‌ی روش‌های متفاوت انتخاب سبد، لیو (۲۰۱۹) به بررسی روش‌های ساده، مارکوویتز، تعادل ریسک، بیشنیه کردن نسبت شارپ و بیشینه کردن مطلوبیت پرداخت و نتیجه گرفت که روش ساده منجر به بیشترین نسبت شارپ برای سبد سرمایه‌گذاری می‌شود. در ادامه اسچلینجر (۲۰۲۰) نیز روش‌های ساده، سبد بازار، مارکوویتز، و بیشنیه کردن نسبت شارپ و مطلوبیت را بررسی کرد اما نتیجه‌ی متفاوتی گرفت و روش‌های بیشترین مطلوبیت و کمترین واریانس مارکوویتز را بهتر از سایر روش‌ها دانست.

## ۳-۳- جدول مقایسه‌ای مقالات

**جدول ۳-۱:** مقایسه‌ی مقالات

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ردیف | مقاله | دامنه‌ی داده‌ها | متغیرها | | | | | | روش‌های انتخاب سبد | | | |
| **بیت کوین** | **اتریوم** | **ریپل** | **لایت‌کوین** | **سایر رمزارزها** | **سایر دارایی‌ها** | **مدل ساده (EW)** | **مدل میانگین-واریانس مارکوویتز** | **مدل‌های توسعه‌یافته مبتنی بر مارکوویتز** | **سایر مدل‌ها** |
| ۱ | آقامحمدی و همکاران (۱۳۹۹) | 01.01.2016 31.12.2018 (روزانه) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | استلار | ✕ | ✕ | ✕ | تغییر سنجه‌ی ریسک به VaR | ✕ |
| ۲ | Briere et al (2015) | 23.07.2010 27.12.2013 (هفتگی) | ✓ | ✕ | ✕ | ✕ | ✕ | سهام، اوراق قرضه، ارزهای خارجی، طلا، املاک و... | ✕ | ✓ | ✕ | ✕ |
| ۳ | Mba et al (2018) | 01.03.2014 28.02.2018 (روزانه) | ✓ | ✕ | ✓ | ✓ | دش، دوج‌کوین | ✕ | ✕ | ✕ | مدل مارکوویتز با رویکرد GARCH | ✕ |
| ۴ | Platanakis et al (2018) | 21.02.2014 26.01.2018 (هفتگی) | ✓ | ✕ | ✓ | ✓ | دش | ✕ | ✓ | ✓ | ✕ | ✕ |

**جدول ۳-۱:** مقایسه‌ی مقالات (ادامه)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ردیف | مقاله | دامنه‌ی داده‌ها | متغیرها | | | | | | روش‌های انتخاب سبد | | | |
| **بیت کوین** | **اتریوم** | **ریپل** | **لایت‌کوین** | **سایر رمزارزها** | **سایر دارایی‌ها** | **مدل ساده (EW)** | **مدل میانگین-واریانس مارکوویتز** | **مدل‌های توسعه‌یافته مبتنی بر مارکوویتز** | **سایر مدل‌ها** |
| ۵ | Borri (2019) | 17.01.2017 15.04.2018 (روزانه) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✕ | ✕ | ✕ | ✕ | تغییر سنجه‌ی ریسک به CoVaR | ✕ |
| ۶ | Brauneis and Mestel (2019) | 01.01.2015 31.12.2017 (روزانه) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ۵۰۰ رمزارز برتر بازار | ✕ | ✓ | ✓ | ✕ | ✕ |
| ۷ | Guesmi et al (2019) | 01.01.2012 05.01.2018 (روزانه) | ✓ | ✕ | ✕ | ✕ | ✕ | سهام، طلا، نفت و... | ✕ | ✕ | مدل مارکوویتز با رویکرد GARCH | ✕ |
| ۸ | Kajtazi and Moro (2019) | 01.02.2012 31.01.2017 (روزانه) | ✓ | ✕ | ✕ | ✕ | ✕ | سهام، اوراق قرضه، ارزهای خارجی، طلا، املاک و... | ✓ | ✕ | تغییر سنجه‌ی ریسک به CVaR | ✕ |
| ۹ | Liu (2019) | 07.08.2015 09.04.2018 (روزانه) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | استلار، مونرو، دش، تتر، نم، ورج | ✕ | ✓ | ✓ | بیشنیه کردن نسبت شارپ - بیشینه کردن مطلوبیت | مدل‌های تعادل ریسک |

**جدول ۳-۱:** مقایسه‌ی مقالات (ادامه)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ردیف | مقاله | دامنه‌ی داده‌ها | متغیرها | | | | | | روش‌های انتخاب سبد | | | |
| **بیت کوین** | **اتریوم** | **ریپل** | **لایت‌کوین** | **سایر رمزارزها** | **سایر دارایی‌ها** | **مدل ساده (EW)** | **مدل میانگین-واریانس مارکوویتز** | **مدل‌های توسعه‌یافته مبتنی بر مارکوویتز** | **سایر مدل‌ها** |
| ۱۰ | Platanakis and Urquhart (2019) | 21.02.2014 04.05.2018 (هفتگی) | ✓ | ✕ | ✓ | ✓ | دش | ✕ | ✓ | ✓ | ✕ | مدل پیشرفته‌ی بلک-لیترمن |
| ۱۱ | Symitsi and Chalvatzis (2019) | 20.09.2011 14.07.2017 (روزانه و هفتگی) | ✓ | ✕ | ✕ | ✕ | ✕ | سهام، اوراق قرضه، ارزهای خارجی، طلا، املاک و... | ✓ | ✓ | مدل مارکوویتز با رویکرد GARCH | ✕ |
| ۱۲ | Schellinger (2020) | 01.08.2017 31.05.2018 (روزانه) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ۲۰ رمزارز برتر بازار | ✕ | ✓ | ✓ | بیشنیه کردن نسبت شارپ - بیشینه کردن مطلوبیت | مدل انتخاب سبد بازار |
| ۱۳ | Trimborn et al (2020) | 22.04.2014 30.10.2017 (روزانه) | ✓ | ✕ | ✓ | ✓ | ۴۲ رمزارز برتر بازار | سهام، اوراق قرضه، کالا و... | ✕ | ✓ | تغییر سنجه‌ی ریسک به CVaR | مدل LIBRO (تعادل ریسک با محدودیت برای نقدینگی) |
| ۱۴ | Demiralay and Bayracı (2021) | 07.08.2015 21.06.2019 (روزانه) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | دش، مونرو، نم، استلار | سهام | ✕ | ✕ | مدل مارکوویتز با رویکرد GARCH | مدل بیشینه کردن تنوع سود شرطی (CDB) |

**جدول ۳-۱:** مقایسه‌ی مقالات (ادامه)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ردیف | مقاله | دامنه‌ی داده‌ها | متغیرها | | | | | | روش‌های انتخاب سبد | | | |
| **بیت کوین** | **اتریوم** | **ریپل** | **لایت‌کوین** | **سایر رمزارزها** | **سایر دارایی‌ها** | **مدل ساده (EW)** | **مدل میانگین-واریانس مارکوویتز** | **مدل‌های توسعه‌یافته مبتنی بر مارکوویتز** | **سایر مدل‌ها** |
| ۱۵ | Mills and Zeng (2021) | 01.01.2016 30.04.2019 (روزانه) | ✓ | ? | ? | ? | ۵۰۰ رمزارز تصادفی | ✕ | ✓ | ✓ | تغییر سنجه‌ی ریسک به CVaR و EVaR - مدل مارکوویتز با رویکرد تصادفی | ✕ |
| ۱۶ | Petukhina et al (2021) | 01.01.2015 31.12.2017 (روزانه) | ✓ | ✕ | ✓ | ✓ | ۵۵ رمزارز برتر بازار | سهام، اوراق قرضه، ارزهای خارجی، طلا و... | ✓ | ✓ | تغییر سنجه‌ی ریسک به CVaR - بیشنیه کردن نسبت شارپ | مدل‌های تعادل ریسک، بیشینه کردن تنوع و مدل‌های ترکیبی |
| ۱۷ | Culjak et al (2022) | 26.08.2019 22.02.2020 (روزانه) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ۶۵ رمزارز برتر بازار | ✕ | ✕ | ✓ | تغییر سنجه‌ی ریسک به CVaR - بیشنیه کردن نسبت شارپ - بیشینه کردن مطلوبیت | مدل بیشینه کردن نسبت بازده تنظیم‌شده STARR |
| ۱۸ | Kurosaki and Kim (2022) | 31.08.2015 31.03.2020 (روزانه) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✕ | ✕ | ✓ | ✕ | تغییر سنجه‌ی ریسک به AVaR و FH | ✕ |

## ۴-۳- جمع‌بندی

همان طور که مشاهده شد، پژوهش‌های گسترده‌ای در زمینه‌ی بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری در بازار رمزارزها با استفاده از روش‌های متفاوت انجام شده است؛ اما همچنان روش‌های زیادی وجود دارد که در این بازار مورد مطالعه قرار نگرفته است. با توجه به روند رشد ارزهای دیجیتال و شناخته شدن کارکردهای آن برای افراد بیشتر، لازم است پژوهش‌های گسترده‌تری در این زمینه انجام شود و روش‌های جدید با روش‌های مطالعه‌شده مقایسه شود. از این طریق افراد حاضر در بازار رمزارزها می‌توانند سبدهای سرمایه‌گذاری کاراتری داشته باشند و بازده بیشتری را با مخاطرات کمتر به دست آورند.

فصل چهارم

# نتیجه‌گیری

## ۱-۴- مقدمه

انتخاب روش بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری اگر به درستی انجام بگیرد، سرمایه‌گذاران را از منافع حاصل شامل بازده بیشتر و ریسک کمتر منتفع می‌کند. در فصول گذشته به بررسی و توضیح این روش‌ها پرداخته شد و مشاهده کردیم که پژوهشگران از کدام روش‌ها در سبدهای مرتبط با رمزارزها استفاده کرده اند. هر کدام از پژوهش‌های ذکرشده، به نتایج مهمی رسیده اند که این نتایج به سرمایه‌گذاران کمک می‌کند که بتوانند سود بیشتری از بازار کسب کنند. در این فصل مقالات بررسی‌شده از جنبه‌های مختلف به شکل آماری بررسی می‌شود و در انتها با توجه به خلأهای موجود در پژوهش‌ها، پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی ارائه می‌گردد.

## ۲-۴- دسته‌بندی مقالات

در این بخش، مقالات و مطالعات ذکرشده در فصل قبل به شکل آماری دسته‌بندی شده است. این دسته‌بندی بر اساس سال انتشار، روش تحقیق و متغیرهای مطالعه‌شده در هر پژوهش انجام گرفته تا بتوانیم یک دید کلی از روند این مطالعات به دست آوریم.

### ۱-۲-۴- دسته‌بندی بر اساس سال انتشار

مقالات مطالعه‌شده بازه‌ی سال‌های ۲۰۱۵ تا ۲۰۲۲ را دربرمی‌گیرد. شکل ۴-۱ نمودار ستونی این مقالات را به تفکیک سال انتشار نمایش می‌دهد. این نمودار همچنین بر اساس ترکیب دارایی‌های سبد سرمایه‌گذاری (وجود یا عدم وجود دارایی‌های دیگر در آن) تفکیک شده است.

**شکل ۴-۱:** نمودار ستونی سال انتشار مقالات

### ۲-۲-۴- دسته‌بندی بر اساس روش تحقیق

هر کدام از مقالات از روش‌های متفاوتی برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری استفاده کرده اند. شکل ۴-۲ نمودار دایره‌ای و شکل ۴-۳ نمودار راداری مربوط به این رویکردهای مختلف را در مطالعات نشان می‌دهد. در نمودار راداری نوع مقالات از نظر وجود سایر دارایی‌ها در سبد سرمایه‌گذاری نیز تفکیک شده است.

**شکل ۴-۲:** نمودار دایره‌ای روش تحقیق مقالات

**شکل ۴-۳:** نمودار راداری روش تحقیق مقالات

### ۳-۲-۴- دسته‌بندی بر اساس متغیرها

هر یک از محققان پژوهش‌های بررسی‌شده، از یک یا چند رمزارز در مطالعات خود استفاده کرده اند. شکل ۴-۴ و شکل ۴-۵ به ترتیب نمودار دایره‌ای و نمودار راداری مربوط به این رمزارزها را نمایش می‌دهد.

**شکل ۴-۴:** نمودار دایره‌ای روش تحقیق مقالات

**شکل ۴-۵:** نمودار راداری روش تحقیق مقالات

## ۳-۴- یافته‌ها و نتایج سمینار

یکی از ویژگی‌های مهم بازار رمزارزها وضعیت نامشخص آن‌ها در آینده است. همان طور که در روند مقالات هم مشاهده می‌شود، در سال‌هایی که این بازار صعودی بوده است مقالات بیشتری در مورد آن نوشته شده که نشانه‌ای از جدی گرفته شدن این بازار توسط محققان است. پژوهش‌های انجام‌شده در سال‌های اخیر بیشتر از گذشته رو به سوی بهینه‌سازی سبد رمزارزها بدون حضور دارایی‌های سنتی دارند. چرا که در سال‌های پیش از رونق این بازار، تنها به بیت‌کوین و معدودی از رمزارزهای برتر دیگر پرداخته می‌شد.

در مقالات مرتبط با بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، در موارد کمی بیش از یک روش بررسی شده و با هم مقایسه شده اند. در خصوص روش‌ها، مدل مارکوویتز و توسعه‌های آن دارای بیشترین کاربرد در پژوهش‌هاست. در بیشتر پژوهش‌های مقایسه‌ای، از مدل مارکوویتز یا مدل ساده برای سنجش میزان عملکرد سایر روش‌های بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری استفاده شده است. همان طور که در فصل سوم دیدیم، نتیجه‌ی این تحقیقات حکایت از برتری روش‌های ساده، مارکوویتز و بیشترین مطلوبیت بر سایر روش‌ها داشت؛ اما همچنان روش‌های بسیاری وجود دارد که در مقالات بررسی نشده اند و یا اگر بررسی شده اند، با روش‌های برتر ذکرشده مقایسه نشده اند. بنابراین سرمایه‌گذاران همچنان اطلاعات کاملی از کارکرد روش‌های بهینه‌سازی سبد دارایی‌های خود ندارند. در بخش بعد، خلأهای موجود در پژوهش‌های مرتبط با این بحث به اختصار ذکر می‌شود.

## ۴-۴- پیشنهاد زمینه‌هایی برای تحقیقات آتی

با توجه به تحقیقات انجام‌شده در زمینه‌ی انتخاب و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری در بازار رمزارزها، موارد زیر به عنوان زمینه‌هایی برای پژوهش‌های آینده‌ی محققان پیشنهاد می‌شود:

۱- بررسی سنجه‌های دیگر ریسک مانند نیم‌واریانس، نیم‌بتا، دیرش، تحدب، ریزش مورد انتظار و... برای توسعه‌ی مدل مارکوویتز در بازار رمزارزها.

۲- بررسی استفاده از رویکردهای دیگر عدم قطعیت مثل رویکرد بهینه‌سازی استوار و رویکرد فازی در این بازار.

۳- مطالعه‌ی دسته‌های متفاوت رمزارزها در بازار و بهینه‌سازی سبد بر اساس این دسته‌بندی‌ها.

۴- اضافه کردن محدودیت‌های دنیای واقعی مثل میزان کارمزد صرافی‌های متمرکز و غیرمتمرکز به مدل‌های مورد استفاده.

۵- بررسی تفاوت‌های سبد بهینه در دوره‌های رونق و رکود بازار و تحلیل حساسیت آن نسبت به تغییرات بازار.

۶- بررسی رویکردهای هوش مصنوعی مثل یادگیری ماشین، یادگیری عمیق، خودکارسازی، استراتژی‌های مدیریت سبد بر اساس یادگیری تقویتی و... در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری.

## فهرست مراجع

آقامحمدی، احمد؛ اوحدی، فریدون؛ صیقلی، محسن؛ بنی‌مهد، بهمن. ۱۳۹۹، برآورد ریسک سرمایه گذاری در یک پرتفوی ارز دیجیتال و بهینه سازی آن با استفاده از روش ارزش در معرض خطر. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۱۳(۴۷)، ص ۱۷-۳۱.

ابونوری، اسماعیل؛ تهرانی، رضا؛ شامانی، مسعود. ۱۳۹۷، عملکرد پرتفولیوهای مبتنی بر ریسک تحت شرایط مختلف در بازارسهام. *فصلنامه‌ی اقتصاد مالی*، ۱۲(۴۵)، ص ۵۱-۷۱.

امیری، مقصود؛ محبوب قدسی، مهسا. ۱۳۹۴، مدل برنامه‌ریزی خطی فازی برای مسئله‌ی انتخاب سبد سهام بهینه. *مجله‌ی مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۲۳، ص ۱۰۵-۱۱۸.

پیکانی، پژمان؛ روغنیان، عماد. ۱۳۹۴، به‌کارگیری تحلیل پوششی داده‌ها و بهینه‌سازی استوار در مسئله‌ی انتخاب سبد سرمایه. *مجله‌ی تحقیق در عملیات در کاربردهای آن*، ۱۲(۱)، ص ۶۱-۷۸.

راعی، رضا؛ و تلنگی، احمد. ۱۳۸۳، *مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته*. سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها، تهران.

زمردیان، غلامرضا؛ آزاد، محمد؛ رجب‌زاده، محمدرضا. ۱۳۹۸، مقایسه‌ی توان پیش‌بینی سنجه‌های ریسک اوراق با درآمد ثابت در تعیین قیمت‌ها. *راهبرد مدیریت مالی*، ۷(۲۶)، ص ۱۷۵-۱۹۹.

شهرستانی، حمید؛ بیدآباد، بیژن؛ ثوابی اصل، فرهاد. ۱۳۸۹، توسعه‌ی نظریه‌ی مارکوویتز-شارپ و مرز کارای جدید. *فصلنامه‌ی پژوهش‌های اقتصادی*، ۱۰(۲)، ص ۴۳-۶۰.

صباحی، سوده؛ مخاطب‌رفیعی، فریماه؛ و رستگار، محمدعلی. ۱۳۹۹، بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با دارایی‌های متنوع. *اقتصاد پولی مالی*، ۲۷(۱۹)، ص ۲۴۹-۲۷۸.

عباس‌نژاد، علی‌اکبر. ۱۳۸۰، ارزیابی مالی شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران بر اساس فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشگاه امام صادق.

قهطرانی، علیرضا. 1391، به‌کارگیری بهینه‌سازی استوار درمسئله‌ی انتخاب سبد سـرمایه. پایـان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.

کیانی هرچگانی، مائده؛ نبوی چاشمی، سید علی؛ معماریان، عرفان. ۱۳۹۳، بهینه سازی سبدسهام براساس حداقل سطح پذیرش ریسک کل و اجزای آن با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک. *فصل‌نامه‌ی علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری*، ۳(۱۱)، ص ۱۲۵-۱۶۴.

محمدی شاد، حمید؛ کیقبادی، امیررضا؛ و معدنچی زاج، مهدی. ۱۳۹۹، روابط پویای حسابداری و مالی بین بازارهای کامودیتی، بازارهای مالی و ارزهای دیجیتال با رویکرد مدل خود همبسته با وقفه های توزیعی. *پژوهش های حسابداری مالی و حسابرسی*، ۱۲(۴۸)، ص ۲۰۳-۲۲۸.

Ben-Tal, A., Nemirovski, A., 2000. Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical programming*, 88(3), pp. 411-424.

Bertsimas, D., Sim, M., 2003. Robust discrete optimization and network flows. *Mathematical Programming Series*, 98, pp. 49-71.

Borri, N., 2019. Conditional tail-risk in cryptocurrency markets. *Journal of Empirical Finance*, 50, pp.1-19.

Brauneis, A., Mestel, R., 2019. Cryptocurrency-portfolios in a mean-variance framework. *Finance Research Letters* (2021), pp. 259-264.

Brière, M., Oosterlinck, K., Szafarz, A., 2015. Virtual currency, tangible return: Portfolio diversification with bitcoin. J. Asset Manag. *Journal of Asset Management*,16, pp. 365-373.

Čuljak, M., Tomić, B., Žiković, S., 2022. Benefits of sectoral cryptocurrency portfolio optimization. *Research in International Business and Finance*, 60 (2022) 101615.

Demiralay, S., Bayracı, S., 2021. Should stock investors include cryptocurrencies in their portfolios after all? Evidence from a conditional diversification benefits measure. International Journal of Finance & Economics, 26, pp. 6188-6204.

Ding, Y., Zhang, B., 2009. Optimal portfolio of safety-first models. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 139(2009), pp. 2952-2962.

Estrada, J. 2007. Mean-semivariance behavior: Downside risk and capital asset pricing. *International Review of Economics and Finance*, 16(2), pp. 169-185.

Guesmi, K., Saadi, S., Abid, I., Ftiti, Z., 2019. Portfolio diversification with virtual currency: Evidence from bitcoin. *International Review of Financial Analysis*, 63, pp. 431-437.

Kajtazi, A., Moro, A., 2019. The role of bitcoin in well diversified portfolios: A comparative global study. *International Review of Financial Analysis*, 61, pp. 143-157.

Kataoka, S., 1963. A Stochastic Programming Model. *The Econometric Society*, 31(1/2), pp. 181-196.

Kurosaki T., Kim Y. S., 2022. Cryptocurrency portfolio optimization with multivariate normal tempered stable processes and Foster-Hart risk. *Finance Research Letters*, 45 (2022) 102143.

Liu, W., 2019. Portfolio diversification across cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 29, pp. 200-205.

Markowitz, H. M., 1952. Portfolio Selection, *The Journal of Finance*, 7(1), pp. 77-91.

Markowitz, H. M., 1959. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. John Wiley & Sons, New York.

Mba, J. C., Pindza, E., Koumba U., 2018. A differential evolution copula-based approach for a multi-period cryptocurrency portfolio optimization. *Financial Markets and Portfolio Management*, 32, pp. 399-418.

Mills, E.F.E.A., Zeng K., 2021. Portfolio management strategies of cryptocurrencies. *International Journal of Applied Decision Sciences*, 14(1), pp. 43-54.

Orti F. J., Saez J., Terceno A., 2002. On The Treatment of Uncertainty in Portfolio Selection. *Fuzzy Economic Review*, 7(2), pp. 59-80.

Petukhina, A., Trimborn, S., Härdle, W.K., Elendner, H., 2021. Investing with crypto currencies – Evaluating the potential of portfolio allocation strategies. *Quantitative Finance*, 49, pp. 1-29.

Platanakis, E., Sutcliffe, C., Urquhart, A., 2018. Optimal vs naïve diversification in cryptocurrencies. *Economics Letters*, 171, 93–96.

Platanakis, E., Urquhart, A., 2019. Portfolio management with cryptocurrencies: The role of estimation risk. *Economics Letters*, 177, pp. 76-80.

Roy, A. D., 1952. Safety First and the Holding of Assets. *The Econometric Society*, 20(3), pp. 431-449.

Schellinger, B., 2020. Optimization of special cryptocurrency portfolios. *The Journal of Risk Finance*, 21(2), pp. 127-157.

Soyster, A. L., 1973. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations research*, 21(5), pp. 1154-1157.

Symitsi, E., Chalvatzis, K.J., 2019. The economic value of Bitcoin: A portfolio analysis of currencies, gold, oil and stocks. *Research in International Business and Finance*, 48, pp. 97-110.

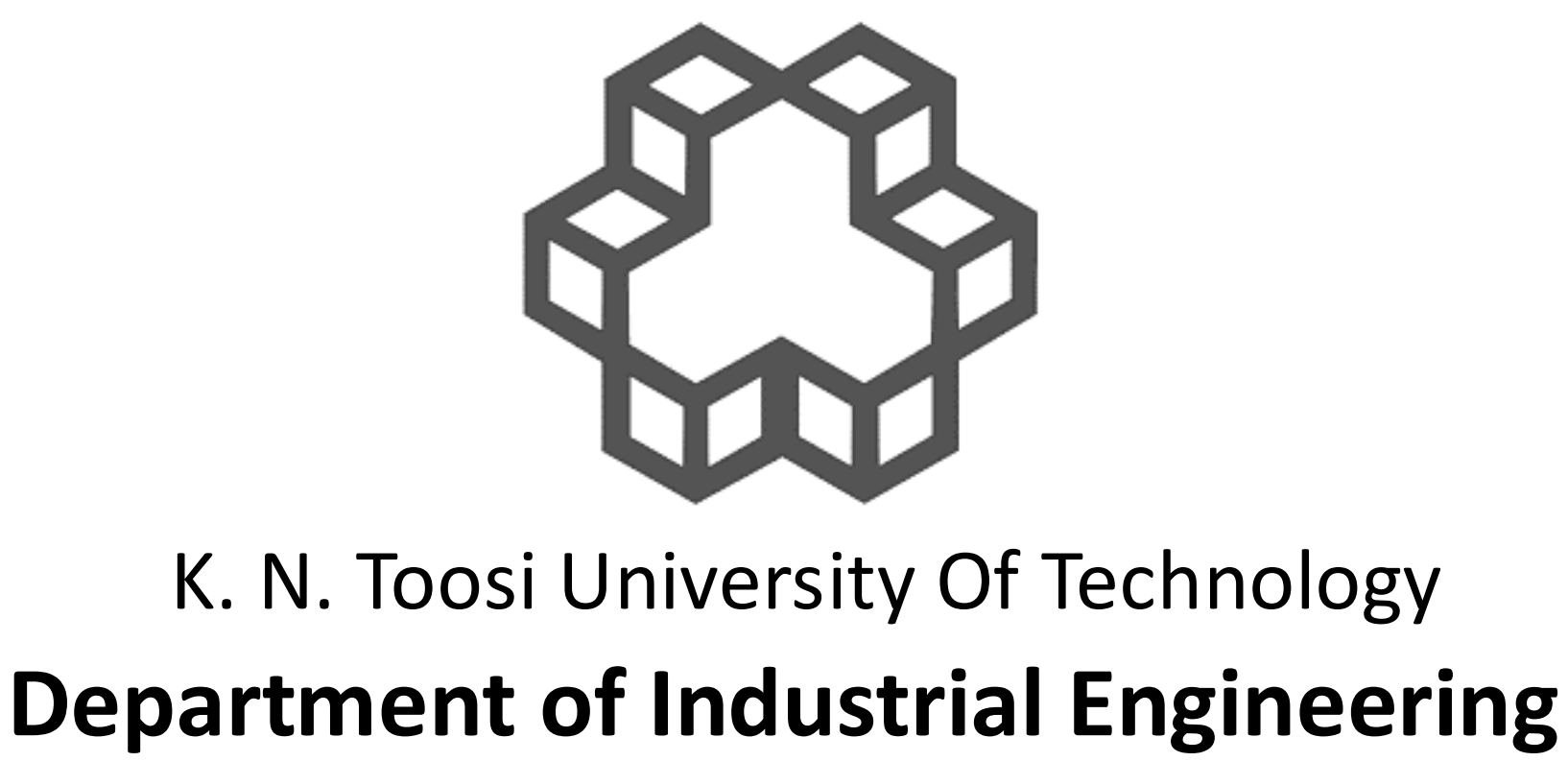
Trimborn, S., Li, M., Härdle, W.K., 2020. Investing with cryptocurrencies - A liquidity constrained investment approach. *Journal of Financial Econometrics*, 18(2), pp. 280–306.

Yamai, Y., Yoshiba, T., 2005. Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective. *Journal of Banking & Finance*, 29(2005), pp. 997-1015.

**Abstract**

The cryptocurrency market has grown rapidly in its short life since the birth of Bitcoin as the first decentralized digital currency. At first, this market was only of interest to a small group of people, especially those interested in new technologies; But the attention of many traditional investors was drawn to this emerging market with the expansion of real-world applications of cryptocurrencies. With the expansion of cryptocurrency market, investors needed a portfolio of cryptocurrencies that will bring them to the highest return with the least risk. The current research has studied the methods of portfolio optimization and has reviewed the studies in the field of cryptocurrency market to cover this need. These researches show that naïve, mean-variance and maximum utility methods have the best performance compared to other methods. However, the studies conducted are few and do not include many portfolio optimization methods. Therefore, there is a need to do more research in the cryptocurrency market, and especially about new methods of portfolio optimization and comparing them with older methods.

**Keywords:** Portfolio selection, Portfolio Optimization, Markowitz model, Cryptocurrency market, Decentralized digital money, Bitcoin



**Portfolio Optimization in the Cryptocurrency Market Using Machine Learning and Clustering**

**Alireza Nezhadshamsi**

**Supervisor**

**Dr. Amir Abbas Najafi**

**Master of Science Seminar in**

**Industrial Engineering**

**++ 2023**

1. Diversification [↑](#footnote-ref-1)
2. Blockchain [↑](#footnote-ref-2)
3. Briere [↑](#footnote-ref-3)
4. Guesmi [↑](#footnote-ref-4)
5. Demiralay [↑](#footnote-ref-5)
6. Bayracı [↑](#footnote-ref-6)
7. Mba [↑](#footnote-ref-7)
8. Brauneis [↑](#footnote-ref-8)
9. Mestel [↑](#footnote-ref-9)
10. Platanakis [↑](#footnote-ref-10)
11. Liu [↑](#footnote-ref-11)
12. Schellinger [↑](#footnote-ref-12)
13. Litecoin [↑](#footnote-ref-13)
14. Ethereum [↑](#footnote-ref-14)
15. Ripple [↑](#footnote-ref-15)
16. Dash [↑](#footnote-ref-16)
17. William Sharpe [↑](#footnote-ref-17)
18. Beta [↑](#footnote-ref-18)
19. Capital Asset Pricing Model [↑](#footnote-ref-19)
20. Estrada [↑](#footnote-ref-20)
21. Minimum Variance Portfolio [↑](#footnote-ref-21)
22. Čuljak [↑](#footnote-ref-22)
23. Roy [↑](#footnote-ref-23)
24. Kataoka [↑](#footnote-ref-24)
25. Ding [↑](#footnote-ref-25)
26. Zhang [↑](#footnote-ref-26)
27. Liu [↑](#footnote-ref-27)
28. Yamai [↑](#footnote-ref-28)
29. Yoshiba [↑](#footnote-ref-29)
30. Orti [↑](#footnote-ref-30)
31. Soyster [↑](#footnote-ref-31)
32. Ben-Tal [↑](#footnote-ref-32)
33. Nemirovski [↑](#footnote-ref-33)
34. Bertsimas [↑](#footnote-ref-34)
35. Sim [↑](#footnote-ref-35)
36. Naïve [↑](#footnote-ref-36)
37. Urquhart [↑](#footnote-ref-37)
38. GARCH [↑](#footnote-ref-38)
39. Symitsi [↑](#footnote-ref-39)
40. Chalvatzis [↑](#footnote-ref-40)
41. Conditional Diversification Benefits [↑](#footnote-ref-41)
42. Kajtazi [↑](#footnote-ref-42)
43. Moro [↑](#footnote-ref-43)
44. Trimborn [↑](#footnote-ref-44)
45. LIquidity Bounded Risk-return Optimization [↑](#footnote-ref-45)
46. Petukhina [↑](#footnote-ref-46)
47. Borri [↑](#footnote-ref-47)
48. Foster-Hart [↑](#footnote-ref-48)
49. Black–Litterman [↑](#footnote-ref-49)
50. Mills [↑](#footnote-ref-50)
51. Zeng [↑](#footnote-ref-51)